

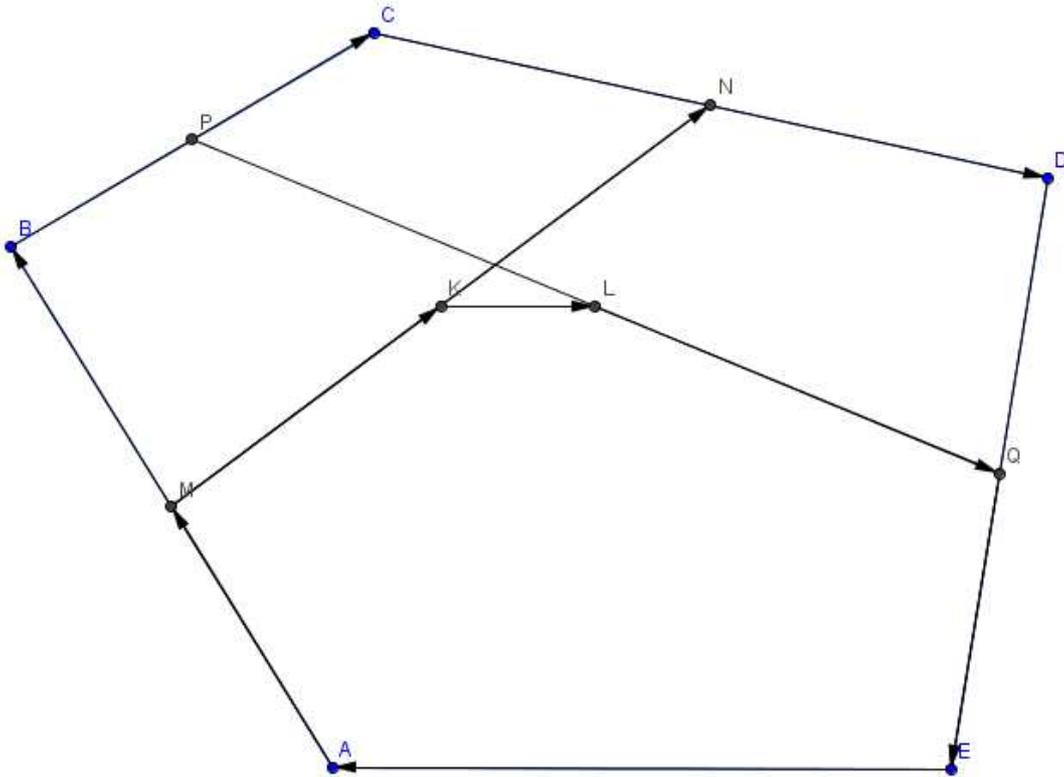
Problema

Sia ABCDE un pentagono convesso e M, P, N e Q i punti medi dei lati AB, BC, CD, DE rispettivamente.

Se K e L sono i punti medi di MN e PQ ed il segmento AE è di lunghezza a , trova la lunghezza del segmento KL.

Tratto da: [IMO Bulgaria](#) Winter Mathematical Competition 1995 Problema 2

Soluzione



La soluzione si ottiene direttamente ricavando dalla figura il vettore KL (omettiamo la freccia di vettore intendendo, in generale, per RS il vettore che ha in R e in S rispettivamente il primo e il secondo estremo) in termini dei vettori definiti dai lati del pentagono:

$$\begin{aligned} KL &= -EA - AM - MK - LQ - QE = -EA - AB/2 - MN/2 - PQ/2 - DE/2 = \\ &= -EA - AB/2 - (MB + BC + CN)/2 - (PC + CD + DQ)/2 - DE/2 = \\ &= -EA - AB/2 - (AB/2 + BC + CD/2)/2 - (BC/2 + CD + DE/2) - DE/2 = \\ &= -EA - (AB + BC + CD + DE)/2 - (AB + CD + BC + DE)/4 = \\ &= -EA + EA/2 + EA/4 = -EA/4 \end{aligned}$$

Dove si è usata la relazione vettoriale relativa ai lati del pentagono $EA + AB + BC + CD + DE = 0$, ovvero $EA = -(AB + BC + CD + DE)$.

In definitiva, il vettore KL è parallelo ad EA e lungo $1/4$ di EA, cioè la lunghezza del segmento KL è pari ad $a/4$.